

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
3.	Направленность (профиль)	Технологии разработки мобильных приложений
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.17.03 Численные методы
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2021

I. Методические рекомендации

1.1 Методические рекомендации по организации работы студентов во время проведения лекционных занятий

- При подготовке и проведении занятий по дисциплине преподаватель должен руководствоваться как общими учебно-методическими установками (научность, системность, доступность, последовательность, преемственность, наличие единой внутренней логики курса, его связь с другими предметами), так и специфическими особенностями дисциплины.
- Главным звеном дидактического цикла обучения в освоении дисциплины является лекция.
- В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации для практического занятия и указания для выполнения самостоятельной работы.
- В ходе лекционных занятий студенту необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание изучаемой дисциплины, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.
- Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Рекомендуется активно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

1.2 Методические рекомендации к самостоятельной работе

- Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).
- Самостоятельная работа студентов (далее – СРС) в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. СРС играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.
- К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом СРС играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.
- В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.
- Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- ✓ изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
 - ✓ подготовку докладов и рефератов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ;
 - ✓ участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.
- Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.
 - Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях.

Чтение учебника

- Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, производя на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые ради краткости опущены в учебнике) и выполняя имеющиеся в учебнике чертежи.
- Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.
- Необходимо помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.
- При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. д. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для получения письменной или устной консультации преподавателя.
- Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны чисто, аккуратно и расположены в определенном порядке. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.
- Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

Решение задач

- Важным критерием усвоения теории является умение решать задачи на пройденный материал.
- При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.
- Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями. Если чертеж требует особо тщательного выполнения (например, при графической проверке решения, полученного путем вычислений), то следует пользоваться линейкой, транспортиром, лекалом и указывать масштаб.
- Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием, и по возможности в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения (если они даны). В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, числа π и т. п.
- Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим или геометрическим содержанием, то полезно, прежде всего, проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.
- Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка

- После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем. Вопросы для самопроверки, приведенные в настоящем пособии, даны с целью

помочь студенту в повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале учебника, решить ряд задач.

- Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

1.3 Проведение занятий в интерактивной форме

- Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.
- Интерактивная форма обучения реализуется в виде проблемных лекций.
- **Проблемная лекция.** На этой лекции новое знание вводится через проблемность вопроса, задачи или ситуации. При этом процесс познания студентов в сотрудничестве и диалоге с преподавателем приближается к исследовательской деятельности. Содержание проблемы раскрывается путем организации поиска.

1.4 Методические указания к выполнению лабораторной работы

- Лабораторные сочетают элементы теоретического исследования и практической работы. Выполняя лабораторные работы, студенты лучше усваивают программный материал, так как многие определения, казавшиеся отвлеченными, становятся вполне конкретными, происходит соприкосновение теории с практикой, что в целом содействует пониманию сложных вопросов науки и становлению студентов как будущих специалистов.
- Выполнение лабораторных работ направлено на:
 - обобщение, систематизацию, углубление теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;
 - формирование умений применять полученные знания в практической деятельности;
 - развитие аналитических, проектировочных, конструктивных умений;
 - выработку самостоятельности, ответственности и творческой инициативы.
- Лабораторные занятия как вид учебной деятельности должны проводиться в специально оборудованных лабораториях, где выполняются лабораторные работы (задания).
- Форма организации учащихся для проведения лабораторного занятия – фронтальная, групповая и индивидуальная – определяется преподавателем, исходя из темы, цели, порядка выполнения работы.
- Результаты выполнения лабораторного задания (работы) оформляются учащими в виде отчета, форма и содержание которого определяются соответствующей работой.

1.5 Методические указания по подготовке к устному коллоквиуму

- Подготовка к коллоквиуму проводится в ходе самостоятельной работы студентов и включает в себя повторение пройденного материала по вопросам предстоящего коллоквиума. Помимо основного материала студент должен изучить дополнительную рекомендованную литературу и информацию по теме, в том числе с использованием Интернет-ресурсов. В среднем, подготовка к устному коллоквиуму по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 3 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации студентом своей самостоятельной работы. Коллоквиум предполагает устный ответ студента на один основной и несколько дополнительных вопросов преподавателя. Ответ студента должен представлять собой развернутое, связанное, логически выстроенное сообщение.
- При выставлении оценки преподаватель учитывает правильность ответа по содержанию, его последовательность, самостоятельность суждений и выводов, умение связывать теоретические положения с практикой, в том числе и с будущей профессиональной деятельностью.

1.6 Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета

- Зачет осуществляется в рамках завершения изучения дисциплины (модуля) и позволяет определить качество усвоения изученного материала, а также степень сформированности компетенций.
- Студенты обязаны сдавать зачет в строгом соответствии с утвержденными учебными планами, разработанными согласно образовательным стандартам высшего образования.
- По дисциплине «Численные методы» экзамен принимается по билетам.
- Экзаменатору предоставляется право задавать студентам вопросы в рамках билета, а также, помимо теоретических вопросов, предлагать задачи практико-ориентированной направленности по программе данного курса.
- При явке на зачет студенты обязаны иметь при себе зачетную книжку, которую они предъявляют экзаменатору в начале зачета.

- Рекомендуется при подготовке к зачету опираться на следующий план:
 1. Просмотреть программу курса, с целью выявления наиболее проблемных тем, вопросов, которые могут вызвать трудности при подготовке к зачету.
 2. Темы необходимо изучать последовательно, внимательно обращая внимание на описание вопросов, которые раскрывают ее содержание. Начинать необходимо с первой темы.
 3. После работы над первой темой необходимо ответить на вопросы для самоконтроля и решить тестовые задания к ней.
 4. И так далее по остальным темам.

II. Планы лабораторных занятий

Примерные задания к лабораторным работам:

Лабораторная работа № 1. Решение нелинейных уравнений.

Задание:

- 1) Отделить корни уравнения графически и программно.
- 2) Уточнить корни (все!) уравнения методом половинного деления с точностью $\varepsilon = 0,0001$, указать число разбиений отрезка.
- 3) Уточнить корни уравнения методом хорд с точностью $\varepsilon = 0,0001$ и нарисовать схему применения метода к каждому корню уравнения.
- 4) Уточнить корни уравнения методом касательных.
- 5) Уточнить корни уравнения комбинированным метод хорд и касательных.

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$x^4 - 18x^2 + 6 = 0$	16	$2x - \lg(x) - 3 = 0$
2	$2e^x + 3x + 1 = 0$	17	$\lg(x) - \frac{4}{2x+1} = 0$
3	$x^2 - 3 + 0,5^x = 0$	18	$5x + \lg(x) = 3$
4	$5 \sin(x) = x - 1$	19	$x^3 - 3x^2 + x - 2 = 0$
5	$\cos(x + 0,3) = x^2$	20	$x^3 - 2x^2 + 2x - 3 = 0$
6	$x^4 - x - 1 = 0$	21	$2e^x + 5x + 1 = 0$
7	$x^2 - 20 \sin(x) = 0$	22	$3 \sin(x) = x - 2$
8	$2 \cdot \lg(x) - \frac{x}{2} + 1 = 0$	23	$\cos(x - 0,5) = x^2$
9	$2x^2 - 0,5^x - 3 = 0$	24	$x^4 + 2x^2 - x - 1 = 0$
10	$2^x - 3x - 2 = 0$	25	$3x^2 - 2 \sin(x) = 0$
11	$\operatorname{ctg}(x) - \frac{x}{3} = 0$	26	$2 \cdot \lg(x) - \frac{x}{3} + 1,5 = 0$
12	$x^3 - 2x + 4 = 0$	27	$3x^2 - 0,5^x - 1 = 0$
13	$x^2 + 4 \sin(x) = 0$	28	$2^x - x - 4 = 0$
14	$x^3 - 6x - 7 = 0$	29	$\operatorname{ctg}(x + 0,5) - \frac{x}{3} = 0$
15	$4x - \cos(x) - 1 = 0$	30	$x^3 + x^2 - 2x + 3 = 0$

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 2. Решение системы линейных уравнений.

Задание:

- 1) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса;
- 2) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса-Жордана с выбором главного элемента;
- 3) Найти нормы вектора невязки этих решений и сравнить полученные результаты.

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
1	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -2; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -4; \\ -x_1 - x_2 - 2,3x_3 = 0,3; \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 4; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -1; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$	17	$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 2,5x_3 = -0,5; \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -6; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$	18	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \\ x_1 + 6x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
4	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5; \\ x_1 + x_2 - 3,5x_3 = -0,5; \\ -3,2x_1 + 2x_2 - x_3 = -5,4. \end{cases}$	19	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 2; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$
5	$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 5; \\ x_1 + x_2 - 2,5x_3 = -1,5; \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 9. \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -2; \\ -0,5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = -1; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -10; \\ -2x_1 + 6x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$	21	$\begin{cases} 1,5x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 3; \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 7. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -3. \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$
8	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -4; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$	23	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 1,5x_3 = 0,5; \\ 3,2x_1 - 2x_2 - x_3 = -3,4. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 1,5x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -5; \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$	24	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 6; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -1; \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$
10	$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 1,4x_3 = 0,7; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1,5; \\ 3,5x_1 - x_2 - 2x_3 = 5. \end{cases}$	25	$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1; \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = -3; \\ 2x_1 + 1,2x_2 - 4,3x_3 = -2,1; \\ -6x_1 + 3,3x_2 + 2x_3 = 2,3. \end{cases}$	26	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 4; \\ -2x_1 - 4x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$
12	$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1; \\ 3,1x_1 - x_2 - 2x_3 = 6,3. \end{cases}$	27	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 5; \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1; \\ 1,5x_1 - x_2 + 0,5x_3 = 0. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0,5. \end{cases}$	28	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0; \\ -1,4x_1 + 0,1x_2 + 2x_3 = 3,5; \\ 1,25x_1 + 0,3x_2 - 0,55x_3 = -1,5. \end{cases}$
14	$\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 3x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2; \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$	29	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -2; \\ 1,1x_1 + 0,3x_2 - 2x_3 = -1,2; \\ -1,75x_1 + 0,25x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$

15	$\begin{cases} x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -5; \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0; \\ -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$	30	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 4; \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 2; \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$
----	---	----	--

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 3. Метод вращений.

Задание:

- 1) Решить систему линейных уравнений, в два этапа:
 - а) методом вращений привести к треугольному виду;
 - б) обратным ходом метода Гаусса найти решение.
- 2) Вычислить норму вектора невязки найденного решения.

Системы брать из вариантов лабораторной 7.

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 4. Метод наискорейшего спуска и сопряженных направлений.

Задание:

Решить систему линейных уравнений, добиваясь, чтобы норма вектора невязки была не больше 0.0001:

- а) методом наискорейшего спуска;
- б) методом сопряженных градиентов.

Оценить количество понадобившихся итераций.

Системы брать из вариантов лабораторной 7.

Литература: [1., 2., 3.]

Лабораторная работа № 5. Вычисление обратной матрицы.

Задание:

Найти обратную матрицу методом окаймления. Вычисления проводить с точностью не менее 4-х знаков после запятой.

Вариант	Матрица	Вариант	Матрица
1	$\begin{pmatrix} -13.6 & -1.1 & -4.4 & 3.5 \\ 6.3 & 0.9 & 5.8 & -0.5 \\ -8.6 & 2.3 & -7.5 & 3.8 \\ -16.3 & 7.7 & -11.2 & 1.5 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} -15.6 & 11.5 & -11.7 & 18.2 \\ 10.7 & -7.1 & 13.2 & -12.8 \\ 0.4 & 6.8 & -3.4 & 5.0 \\ -14.2 & 15.8 & -14.0 & 15.9 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} -7.0 & -8.7 & 1.7 & 0.9 \\ 7.4 & 3.7 & 3.8 & -3.0 \\ 4.4 & 4.1 & 0.5 & -0.8 \\ -4.2 & -2.9 & -1.0 & 1.7 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} -4.5 & -8.4 & 3.6 & 3.5 \\ 0.1 & -8.8 & 0.5 & 2.6 \\ 0.6 & 5.2 & -1.6 & 1.0 \\ -0.9 & -6.8 & -1.9 & -5.3 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} -1.2 & 13.1 & 15.0 & 7.6 \\ 13.1 & -38.9 & -58.8 & -21.9 \\ -1.9 & 2.7 & 0.5 & 1.6 \\ -13.8 & 42.1 & 59.4 & 23.6 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 9.9 & -1.2 & 7.6 & -14.1 \\ 41.5 & 16.8 & 33.2 & -54.5 \\ -203.3 & -82.5 & -139.4 & 224.0 \\ -119.4 & -50.4 & -78.8 & 124.3 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 1.7 & 2.9 & -4.1 & 2.1 \\ 7.2 & 0.9 & 4.0 & 5.1 \\ 2.2 & -7.2 & 4.7 & 2.8 \\ 4.8 & 5.3 & -6.5 & -3.9 \end{pmatrix}$	19	$\begin{pmatrix} 5.8 & -1.7 & 4.8 & -4.5 \\ -2.4 & -7.7 & 4.8 & 1.6 \\ 2.9 & 2.7 & 4.3 & 2.1 \\ -1.7 & -3.8 & 2.1 & 4.7 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 7.9 & 3.4 & 6.0 & -4.1 \\ 3.9 & -2.1 & -6.8 & -3.0 \\ 0.1 & -2.7 & 2.2 & 2.6 \\ -1.7 & -1.1 & 2.6 & -2.8 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 4.5 & 3.3 & -0.0 & 2.0 \\ -0.5 & -2.4 & 2.2 & 2.8 \\ 3.9 & 16.8 & 2.6 & 4.4 \\ -5.3 & -6.3 & -4.3 & -7.2 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} -9.5 & 3.7 & 12.5 & -0.9 \\ -1.4 & 2.3 & -3.3 & 3.5 \\ -8.0 & 13.4 & 25.0 & -21.4 \\ 0.2 & 8.8 & 10.2 & -4.4 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} -1.5 & 6.6 & 1.3 & -0.3 \\ 2.7 & -3.0 & 0.6 & -2.7 \\ 2.4 & 3.5 & -5.1 & 0.0 \\ -5.8 & -4.6 & -0.7 & 0.4 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 2.1 & -3.0 & 3.0 & 5.6 \\ -6.7 & -4.0 & 1.5 & -3.3 \\ -0.2 & 0.4 & -2.1 & -6.1 \\ 4.3 & 1.8 & -8.6 & 1.7 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} -6.4 & 0.7 & -0.6 & -4.2 \\ -1.6 & -5.6 & 1.0 & -0.6 \\ 0.6 & -1.3 & -6.8 & 4.3 \\ 1.6 & 3.6 & 4.7 & -6.3 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 3.5 & -1.9 & 0.2 & 0.6 \\ 4.2 & -0.5 & 5.8 & -3.8 \\ -1.1 & -4.4 & -9.1 & 5.8 \\ 1.3 & 1.7 & 1.3 & -3.3 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 0.6 & 5.9 & 6.4 & 3.0 \\ 4.6 & 0.5 & -1.5 & 4.8 \\ 4.8 & -4.3 & 2.8 & 0.7 \\ 3.6 & -3.0 & -1.2 & 8.6 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} -0.4 & 2.0 & -4.6 & 1.8 \\ -2.8 & 2.0 & -4.8 & -3.1 \\ -2.4 & -0.5 & -0.6 & -2.0 \\ -1.3 & -5.6 & 1.2 & 1.4 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} -1.6 & -2.4 & 1.4 & -2.1 \\ -6.2 & -0.8 & -6.0 & 2.5 \\ 4.7 & -6.7 & -2.5 & -2.8 \\ -1.8 & 1.4 & -5.5 & -6.5 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 7.6 & 3.1 & -0.6 & -3.2 \\ -1.0 & 5.0 & 0.8 & 3.6 \\ -4.2 & 5.7 & -6.8 & 2.6 \\ 17.8 & -14.3 & 27.4 & -13.4 \end{pmatrix}$	25	$\begin{pmatrix} 2.9 & 2.1 & 7.9 & -4.9 \\ 8.1 & -2.2 & -5.3 & -7.7 \\ 5.0 & 2.8 & 2.3 & 9.4 \\ -6.3 & 1.4 & -2.9 & -3.1 \end{pmatrix}$

Вариант	Матрица			
11	-4.6	-1.3	1.0	3.7
	12.1	-4.9	-6.2	5.8
	-9.2	3.2	-1.9	-6.5
	-10.8	14.1	4.6	-3.2
12	-1.0	-3.3	-0.8	-4.4
	-0.6	1.9	-2.9	-3.6
	-0.5	3.3	-0.9	2.1
	-7.2	-0.7	-2.4	2.0
13	-0.9	-1.6	-2.1	-5.4
	-11.1	0.2	3.6	8.1
	11.7	1.7	-2.4	-7.4
	12.7	10.8	-6.3	-2.7
14	-0.6	-3.1	4.2	6.8
	0.3	-7.0	-5.7	-3.6
	-5.1	2.9	-3.1	-2.6
	-2.4	1.4	5.4	-7.5
15	4.1	-4.3	-1.0	-1.5
	-1.5	3.9	-1.0	-0.7
	-5.7	-0.5	-3.9	0.6
	1.7	0.2	3.1	4.9

Вариант	Матрица			
26	-1.0	-10.3	0.4	-5.9
	-3.4	6.5	2.7	9.3
	-9.6	-9.9	6.5	-18.7
	-2.4	2.7	4.5	-3.2
27	-4.3	2.6	-0.2	0.9
	1.6	-9.5	-1.0	2.8
	-3.8	0.3	-5.1	-4.5
	-0.5	-0.3	0.3	-5.8
28	1.1	1.3	3.9	-1.6
	3.7	5.3	-2.5	2.2
	-1.8	5.1	6.2	-2.2
	-0.7	2.7	3.9	-0.4
29	-4.6	-0.4	0.9	4.0
	3.8	-1.1	0.6	-0.4
	-0.6	-2.5	-4.9	0.8
	6.6	-5.1	-2.7	3.9
30	7.9	-0.5	2.2	-6.6
	-6.9	-12.9	-19.6	-13.5
	0.3	1.0	-2.8	1.2
	-2.3	1.3	-0.6	0.5

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 6. Собственные числа симметрической матрицы.

Задание:

- 1) С помощью алгоритма Якоби найти собственные числа матрицы.
- 2) Оценить точность результата и число понадобившихся итераций.

Вариант	Матрица			
1	-3.9	0.6	-2.8	0.9
	0.6	-5.3	-1.9	-2.0
	-2.8	-1.9	1.4	-2.1
	0.9	-2.0	-2.1	-3.6
2	0.4	0.3	-5.5	1.2
	0.3	-6.4	-2.2	0.0
	-5.5	-2.2	2.6	-4.2
	1.2	0.0	-4.2	-5.1
3	1.6	5.4	-1.9	-0.3
	5.4	-1.2	1.7	-6.2
	-1.9	1.7	4.8	-2.6
	-0.3	-6.2	-2.6	-1.2
4	-2.4	-4.1	-0.6	-1.8
	-4.1	-3.0	-0.3	-1.6
	-0.6	-0.3	-7.4	0.2
	-1.8	-1.6	0.2	-2.3
5	-3.6	-0.7	-3.8	1.4
	-0.7	-1.8	-0.7	0.1
	-3.8	-0.7	-3.8	-2.0
	1.4	0.1	-2.0	1.7
6	-6.2	0.1	0.2	-0.1
	0.1	-6.6	-0.6	0.3
	0.2	-0.6	-7.3	0.5
	-0.1	0.3	0.5	-6.4
7	-5.0	-0.9	0.1	5.5
	-0.9	-0.5	-6.2	2.2
	0.1	-6.2	-2.8	-2.4
	5.5	2.2	-2.4	4.2
8	-5.9	0.7	-1.6	-1.4
	0.7	-5.5	2.3	2.6
	-1.6	2.3	1.1	-2.1
	-1.4	2.6	-2.1	1.0
9	2.4	0.6	-0.1	0.0
	0.6	3.4	-0.6	-0.9
	-0.1	-0.6	2.7	0.6
	0.0	-0.9	0.6	2.2
10	0.8	-0.9	-3.1	6.9
	-0.9	-9.2	2.0	1.1
	-3.1	2.0	-1.2	2.3
	6.9	1.1	2.3	-1.7
11	1.3	-0.0	0.2	-0.1
	-0.0	1.0	-0.1	-0.9
	0.2	-0.1	-1.7	0.0
	-0.1	-0.9	0.0	-1.4
12	4.8	-2.2	-0.4	-1.7
	-2.2	-2.0	-1.9	2.3
	-0.4	-1.9	4.1	7.2
	-1.7	2.3	7.2	-0.7

Вариант	Матрица			
16	-3.2	-0.6	1.1	-2.7
	-0.6	0.4	0.6	-0.1
	1.1	0.6	-4.7	-1.4
	-2.7	-0.1	-1.4	-2.4
17	-1.2	-0.2	-1.2	-4.8
	-0.2	-2.9	-1.6	0.9
	-1.2	-1.6	2.1	-1.6
	-4.8	0.9	-1.6	-1.2
18	-8.4	-0.0	0.8	-0.5
	-0.0	-6.1	0.9	-0.1
	0.8	0.9	-8.5	0.3
	-0.5	-0.1	0.3	-5.9
19	0.8	0.6	3.9	-7.1
	0.6	4.8	-5.9	-3.3
	3.9	-5.9	0.1	1.1
	-7.1	-3.3	1.1	-0.3
20	1.8	1.0	-2.3	4.2
	1.0	-2.5	-0.1	2.2
	-2.3	-0.1	-2.5	-3.4
	4.2	2.2	-3.4	-0.8
21	-6.2	1.1	3.1	4.0
	1.1	-7.7	1.7	2.2
	3.1	1.7	-3.7	6.0
	4.0	2.2	6.0	-0.6
22	-5.0	1.7	-2.3	2.1
	1.7	-7.4	2.1	-1.1
	-2.3	2.1	-1.4	1.1
	2.1	-1.1	1.1	-1.1
23	1.2	-1.7	0.8	-1.0
	-1.7	-1.4	1.9	0.6
	0.8	1.9	1.5	-0.1
	-1.0	0.6	-0.1	-2.7
24	-5.1	-4.6	2.2	3.0
	-4.6	-1.1	0.4	0.4
	2.2	0.4	-0.7	-1.8
	3.0	0.4	-1.8	-2.0
25	0.9	1.1	1.2	-1.7
	1.1	0.7	1.0	1.3
	1.2	1.0	3.8	-1.0
	-1.7	1.3	-1.0	4.0
26	0.9	-0.4	-1.2	-1.7
	-0.4	-1.8	-2.4	1.4
	-1.2	-2.4	-0.8	-1.1
	-1.7	1.4	-1.1	-2.7
27	-2.4	0.4	1.0	-1.4
	0.4	2.8	-2.7	-1.5
	1.0	-2.7	-2.1	3.0
	-1.4	-1.5	3.0	-4.7

Вариант	Матрица				Вариант	Матрица			
13	-3.2	-2.1	-5.7	2.1	28	-6.0	2.4	-2.5	-1.8
	-2.1	4.1	-2.1	0.6		2.4	-2.9	2.1	-0.9
	-5.7	-2.1	-1.6	-0.5		-2.5	2.1	-3.5	-1.2
	2.1	0.6	-0.5	2.0		-1.8	-0.9	-1.2	-0.5
14	-5.2	2.7	-2.4	1.2	29	-1.1	1.9	-3.4	4.9
	2.7	-2.5	1.6	-3.6		1.9	3.9	4.2	1.9
	-2.4	1.6	-5.5	-2.0		-3.4	4.2	-1.0	-3.1
	1.2	-3.6	-2.0	-5.7		4.9	1.9	-3.1	-1.7
15	6.0	-0.6	3.2	1.7	30	-1.2	-0.4	-0.8	-2.7
	-0.6	0.0	-1.8	-2.2		-0.4	7.4	0.4	-2.5
	3.2	-1.8	5.2	0.7		-0.8	0.4	7.1	2.8
	1.7	-2.2	0.7	2.2		-2.7	-2.5	2.8	-8.0

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 7. Численное интегрирование.

Задание: Состоит из двух пунктов (а и б).

- 1) Найти приближенное значение интеграла по формулам левых и правых прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
- 2) Найти приближенное значение интеграла по формуле средних прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
- 3) Найти приближенное значение интеграла по формуле трапеции с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
- 4) Найти приближенное значение интеграла по формуле Симпсона с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
- 5) Сравнить полученные результаты.

Интегралы для вычисления определяются исходя их номера варианта

(N - номер варианта или последние (одна или две) цифры зачетки студента).

Варианты	a)	b)
№1 - №10	$I = \int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos(0,07 \cdot N + 0,5 \cdot x)}{0,4 + \sqrt{x^2 + N}} dx$	$I = \int_{1,2}^{2,1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + N}}$
№11 - №20	$I = \int_{0,1}^{1,7} \frac{\sin(0,02 \cdot N + 1,5 \cdot x)}{1,4 + \cos(1,2 \cdot N - 0,3 \cdot x)} dx$	$I = \int_{0,1}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{2 \cdot x^2 + 0,4 \cdot N}}$
№21 - №30	$I = \int_{0,15}^{1,3} \frac{(0,06 \cdot N + 2,5 \cdot x)^2}{1,1 + \sin(1,2 \cdot N - 0,3 \cdot x)} dx$	$I = \int_1^{3,5} \frac{\ln(0,6 \cdot N)}{\sqrt{x^2 + 0,3 \cdot N}} dx$

Литература: [1, 2, 3].

Лабораторная работа № 8. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Задача Коши.

Задание: Найти приближенные значения решения $y = y(x)$ обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) $y'(x) = f(x)$ на отрезке $x \in [a, b]$ с шагом h при начальном условии $y(x_0) = y_0$ используя

- 1) метод Эйлера;
- 2) усовершенствованный метод ломаных;
- 3) метод Эйлера-Коши;
- 4) метод Эйлера с уточнением;
- 5) метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Для тестовых примеров найти относительные погрешности и сравнить полученные результаты. Построить графики точного и численного решений.

Оценить погрешность приближенного решения заданного уравнения в выбранной точке, построить график численного решения.

Вариант	$y'(x) = f(x)$	$[a, b]$	h	$y(x_0) = y_0$
1	$y' = \frac{x+y}{x}$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
2	$y' = \frac{1+x \cdot y}{x^2}$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
3	$x \cdot y' - y = x^2 \cdot \sin(x)$	$\left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 1\right]$	0,05	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
4	$x \cdot y' - y = \frac{x}{\ln(x)}$	$[e; e + 1,5]$	0,075	$y(e) = 0$
5	$x \cdot y' = y \cdot \ln(y)$	$[1; 3]$	0,1	$y(1) = e$
6	$x \cdot y' - y = x \cdot \sin\left(\frac{y}{x}\right)$	$[1; 2]$	0,1	$y(1) = \frac{\pi}{2}$
7	$x^2 \cdot y' = (x-1)y$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = e$
8	$y' = \frac{1 + \ln(x)}{x} - \frac{y}{x}$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
9	$y' = \frac{x+y}{x}$	$[e; 2e]$	$\frac{e}{20}$	$y(e) = e$
10	$y' + 2xy = xe^{-x^2}$	$[0; 1]$	0,05	$y(0) = 0$
11	$y' + y \cdot \operatorname{tg}(x) = \sin(2x)$	$[0; 1]$	0,05	$y(0) = -1$
12	$x \cdot y' - y^2 \ln(x) + y = 0$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 1$
13	$y' \sin(x) = y \ln(y)$	$\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$	$\frac{\pi}{30}$	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$
14	$y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$	$[0; 2]$	0,1	$y(0) = 1$
15	$y' - y \cdot \operatorname{tg}(x) = \sec(x)$	$[0; 1,5]$	0,1	$y(0) = 0$
16	$x \cdot y' - \frac{y}{x+1} = x$	$[1; 2]$	0,05	$y(1) = 0$
17	$y' - \frac{y}{1-x^2} = x+1$	$[0; 1,5]$	0,1	$y(0) = 1$
18	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$	$[0,6; 2]$	0,07	$y(0,6) = 0,8$
19	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}$	$[0,5; 2]$	0,1	$y(0,5) = 0,6$
20	$y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$	$[1,7; 2,7]$	0,05	$y(1,7) = 5,3$
21	$y' = x + \cos \frac{y}{2,25}$	$[1,4; 3]$	0,1	$y(1,4) = 2,2$
22	$y' = x + \cos \frac{y}{e}$	$[1,4; 3]$	0,1	$y(1,4) = 2,5$
23	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$	$[0,8; 1,6]$	0,05	$y(0,8) = 1,4$
24	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$	$[1,2; 2,2]$	0,05	$y(0,6) = 0,8$
25	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$	$[2,1; 3,5]$	0,075	$y(2,1) = 2,5$
26	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{5}}$	$[1,8; 2,8]$	0,05	$y(1,8) = 2,6$

Вариант	$y'(x) = f(x)$	$[a, b]$	h	$y(x_0) = y_0$
27	$y' = x + \sin \frac{y}{3}$	$[1, 6; 3]$	0,07	$y(1,6) = 4,6$
28	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$	$[0,6; 1,7]$	0,05	$y(0,6) = 0,8$
29	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}$	$[0,5; 1,2]$	0,05	$y(0,5) = 0,6$
30	$y' = x + \sin \frac{y}{\pi}$	$[1,7; 3,2]$	0,1	$y(1,7) = 5,3$

Литература: [1, 2, 3].